

DOI: 10.7652/xjtub201805011

齿间动态载荷分配下的齿轮磨损分析

朱丽莎^{1,2}, 向磊¹, 邹常青³

(1. 东北大学机械工程与自动化学院, 110819, 沈阳; 2. 肇庆学院机械与汽车工程学院, 526061, 广东肇庆;
3. 鞍钢集团工程技术有限公司, 114021, 辽宁鞍山)

摘要: 为了寻求与实际更为符合的直齿圆柱齿轮磨损量计算方法,基于单双齿交替啮合和磨损后轮廓形状改变对齿间载荷的影响,推导了相邻 2 对轮齿在共同承担载荷时的动态载荷分配公式,得到了啮合轮齿的齿间动态载荷;基于 Winkler 弹性模型和轮齿啮合原理,获得了磨损量计算所需要的压力分布及啮合速度;基于 Archard 磨损模型,推导了齿轮的磨损量计算模型。算例显示:随着磨损次数的增加,磨损量逐渐增大;齿根处磨损最为剧烈,单双齿转换处的磨损有缓慢微幅波动;磨损与载荷耦合增加;在考虑载荷分配后,最大磨损量大幅减小。研究表明,计算齿轮磨损需考虑齿轮间动态载荷的分配问题。

关键词: 齿轮;磨损;载荷分配;Archard 磨损模型;Winkler 弹性模型

中图分类号: TH212;TH213.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)05-0075-06

Wear Analysis of Gears under Dynamic Load Distribution Between Gear Teeth

ZHU Lisha^{1,2}, XIANG Lei¹, ZOU Changqing³

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;
2. School of Mechanical and Automotive Engineering, Zhaoging University, Zhaoging, Guangdong 526061, China;
3. Ansteel Engineering Technology Co. Ltd., Anshan, Liaoning 114021, China)

Abstract: To put forward a more practical calculation method of wear in spur gears, based on the influence of alternative gear meshing and profile deviation on teeth load, the formula of load distribution among gear teeth is deduced. And then the distributed pressure and velocity of meshing point are calculated on the basis of the Winkler's elastic model and principle of gear meshing. The wear model of spur gear is obtained based on the Archard's wear model. Numerical example shows that the wear of each meshing point on tooth profile accumulates as wearing cycles increase, the wear at the conversion position from single to double teeth-meshing area fluctuates slightly and slowly, the wear changes sharply near the root of the gear, the gear's dynamic load and wear are coupled to grow, and the maximum wear decreases greatly after considering load distribution. This study shows that the load distribution among gear teeth should be considered for wear calculation.

Keywords: gear; wear; load distribution; Archard's wear model; Winkler elastic model

齿轮在传递动力的过程中会不可避免地发生摩擦磨损,虽然在最初的跑合过程中磨损是轻微无害的,但是随着磨损量不断累积,齿轮齿廓形状及尺寸参数的变化会导致接触环境的恶化,从而产生更大的齿间动态载荷,造成更加严重的轮齿失效形式。如果能减少磨损,将会降低齿轮的振动冲击,延长齿轮的使用寿命。

在对直齿圆柱齿轮磨损的数值计算中,国内外学者普遍基于 Archard 磨损模型,只是在确定齿轮的啮合载荷和齿面滑动距离时采用的方法不尽相同。例如:Andersson 通过齿轮几何学理论得到了啮合过程中滑动距离与啮合位置的关系,其中双齿啮合时的载荷是平均分配的^[1];Flodin 等通过单点观测法确定了滑动速度和啮合压力,在分配载荷时并未考虑时变啮合刚度^[2-3];Wu 等考虑了齿轮动力学和弹性流体动力润滑的影响,推导出齿轮磨损的计算公式,其中啮合载荷为平均载荷^[4];王晓笋和 Kuang 等研究了齿面累积磨损量对轮齿啮合刚度的影响,并进行了动力学分析,在计算磨损时考虑的载荷为最大载荷^[5-6];Liu 等研究了磨损对齿轮动力学特性的影响,其磨损模型中采用的是平均压力^[7]。

在一个啮合周期内,双齿啮合和单齿啮合交替出现。在双齿啮合区中,2 对啮合齿轮副共同承担法向载荷,如果只考虑弹性变形而不考虑误差,可将 2 对啮合齿轮副视为一对并联弹簧进行载荷分配,此时只需考虑沿啮合线上各对齿轮副的时变刚度。但是,低速重载齿轮由于存在磨损,不可避免地会在轮齿之间形成间隙,引起啮合点偏离理想渐开线位置,因此,需要建立更符合实际的几何侧隙下的齿间载荷分配公式。

1 齿间载荷分配公式

以重合度 $1 < \epsilon < 2$ 为例,啮合齿轮的受力情况如图 1 所示。根据总载荷等于 2 对齿的承载力之和,有

$$W = W_1 + W_2 \quad (1)$$

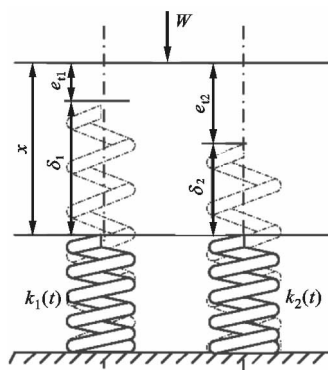
式中: W 为单位宽度的总法向力; W_1 为第 1 对齿轮副分担的法向力; W_2 为第 2 对齿轮副分担的法向力。

在图 1a 中: $e_{11} < e_{12}$, 第 1 对齿轮先接触, e_{11} 和 e_{12} 为啮合齿对 1 和齿对 2 的综合误差,以齿面凹入为正; δ_1 和 δ_2 为齿对 1 和齿对 2 的变形量; $k_1(t)$ 和 $k_2(t)$ 为齿对 1 和齿对 2 单位齿宽的啮合刚度。 $\Delta = e_{11} - e_{12}$ 为齿轮的几何侧隙,由于 $\Delta < 0$,所以在第 2

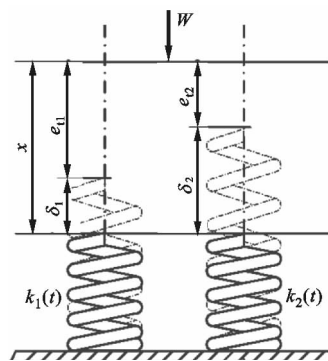
对齿轮副中会产生间隙。由于载荷与变形量成比例,可有

$$W_1 = k_1(t)(x - e_{11}) \quad (2)$$

$$W_2 = k_2(t)(x - e_{12}) \quad (3)$$



(a) $e_{11} < e_{12}$



(b) $e_{11} > e_{12}$

图 1 啮合齿轮受力图

联立式(1)~式(3),可得载荷分配系数

$$\beta = \frac{W_1}{W} = \frac{k_1(t)}{k_1(t) + k_2(t)} + \frac{k_1(t)k_2(t)}{k_1(t) + k_2(t)} \frac{|\Delta|}{W} \quad (4)$$

2 对齿轮副分别承担的载荷为

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{k_1(t)(W + |\Delta| k_2(t))}{k_1(t) + k_2(t)} \\ W_2 &= \frac{k_2(t)(W - |\Delta| k_1(t))}{k_1(t) + k_2(t)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

在图 1b 中,第 2 对齿轮先接触,由于 $\Delta > 0$,故在第 1 对齿轮副中产生间隙。此时,载荷分配系数

$$\beta = \frac{W_1}{W} = \frac{k_1(t)}{k_1(t) + k_2(t)} - \frac{k_1(t)k_2(t)}{k_1(t) + k_2(t)} \frac{|\Delta|}{W} \quad (6)$$

2 对齿轮副分别承担的载荷为

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{k_1(t)(W - |\Delta| k_2(t))}{k_1(t) + k_2(t)} \\ W_2 &= \frac{k_2(t)(W + |\Delta| k_1(t))}{k_1(t) + k_2(t)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

考虑齿轮磨损后,几何侧隙的表达式可进一步推导如下。

当啮合点在图2所示的 B_1C 段时

$$|\Delta| = |h_1(y) + h_2(y) - [h_1(y + p_b) + h_2(y + p_b)]| \quad (8)$$

当啮合点在 DB_2 段时

$$|\Delta| = |h_1(y) + h_2(y) - [h_1(y - p_b) + h_2(y - p_b)]| \quad (9)$$

式中: y 为接触点 i 和节点 i' 沿着啮合线的距离; $h(y)$ 为磨损深度;下角标 1、2 分别表示主动轮和从动轮。齿轮啮合原理如图2所示。

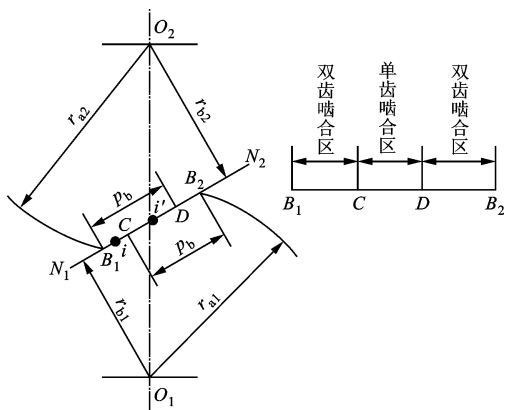


图2 齿轮啮合原理示意图

2 直齿轮磨损预测数值模型

齿轮在高接触压力的作用下,相互啮合的轮齿表面发生相对滚动和滑动。虽然大部分齿轮采用了油脂润滑,但是润滑状态通常为边界润滑或混合润滑,这表明啮合表面不能被润滑剂完全隔开,摩擦表面会产生金属间的直接摩擦。此时,相互啮合的轮齿表面在低速重载作用下,会形成材料的转移以及表层金属剥落,这种现象称为齿轮的磨损。

基于广义的 Archard 磨损方程

$$\frac{V}{s} = K \frac{W}{H} \quad (10)$$

来模拟直齿轮的磨损,式中: V 为材料的体积磨损量; s 为相互啮合齿面的滑动距离; W 为施加的法向载荷; H 为观测表面的材料硬度; K 为磨损因数,与润滑状态和磨损机理相关。

对于相互作用表面上的一个接触点 i , Archard 磨损方程可以表示为

$$\frac{h}{s} = kp \quad (11)$$

式中: h 为磨损深度; k 为磨损系数,与润滑状态、磨损机理、材料硬度相关; p 为接触点的压力。

由于齿轮啮合过程中磨损深度和滑动距离是实时变化的,因此式(11)可进一步转化为一般形式的磨损模型,其微分形式为

$$\frac{dh}{ds} = kp \quad (12)$$

由于滑动距离是滑动速度 v 和时间 t 的乘积,因此式(12)可转化为

$$\frac{dh}{dt} = kp v \quad (13)$$

式(13)对时间 t 积分,可得到磨损表面上点 i 的磨损量

$$h_i = \int_0^t kp v dt \quad (14)$$

假定 k 是常数,并且在极短的时间内接触点 i 的表面压力 p_i 和滑移速度 v_i 保持不变,积分形式可转化为如下形式

$$h_{i,n} = h_{i,n-1} + \Delta t k N \sum_{j=1}^q p_{i,j} v_{i,j} \quad (15)$$

式中: n 是当前磨损次数; Δt 是时间步长; N 是每次磨损运行间隔的转数,在此期间齿轮轮廓将不进行更新; q 是赫兹接触半径内的点数。

应用 Winkler 接触模型^[8],可确定接触点 i 的表面压力

$$p_i(x) = \frac{0.59E^*}{Ra} (a^2 - x^2) \quad (16)$$

式中: a 为接触半径; x 为点 j 到啮合点 i 的距离; P 为沿轴向施加的单位长度集中力载荷,由式(5)和式(7)确定; E^* 为等效弹性模量; R 为2个圆柱的等效半径。式(16)中的间接变量计算公式为

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \quad (17)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (18)$$

$$R_1 = ia_1 = r_{b1} \tan \beta_{1i} \quad (19)$$

$$R_2 = ia_2 = r_{b2} \tan \beta_{2i} \quad (20)$$

$$a = \left(\frac{4PR}{\pi E^*} \right)^{1/2} \quad (21)$$

根据齿轮啮合理论,可以确定接触点 i 的滑动速度

$$v_i = (\omega_1 + \omega_2) y_i \quad (22)$$

$$y_i = ii' = r_{b1} (\tan \beta_{1i} - \tan \phi) = r_{b2} (\tan \phi - \tan \beta_{2i}) \quad (23)$$

以上各式中: E_1 、 E_2 、 μ_1 、 μ_2 分别为主、从动轮对应的弹性模量和泊松比; r_{b1} 、 r_{b2} 分别为主、从动轮的基圆半径; β_{1i} 、 β_{2i} 分别为啮合点 i 在齿轮1和齿轮2上对应的压力角; ϕ 为啮合角。这些参数如图3所示。

损变化较剧烈。

图 7 所示为采用本文磨损模型和 Flodin 磨损模型,在同时考虑载荷分配时的主动轮磨损量分布,可见结果非常接近。Flodin 磨损模型已通过试验验证^[12],证明了其科学性和准确性。

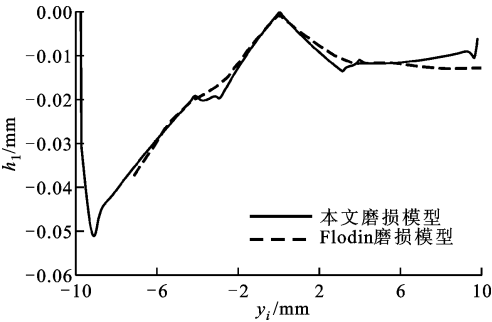


图 7 主动轮第 150 次磨损后本文模型与 Flodin 模型的计算结果对比

图 8 和图 9 是磨损次数为 150 次时,考虑载荷分配和未考虑载荷分配的齿面磨损分布图。由图可知,齿轮磨损趋势大体相同,但是磨损深度有所不同:在 A 点(即刚进入啮合的位置),考虑载荷分配的磨损量小于未考虑载荷分配的磨损量;在 B 点(即单双齿啮合转换的位置),考虑载荷分配的磨损量略大于未考虑载荷分配的磨损量。从动轮存在同样趋势,不再赘述。

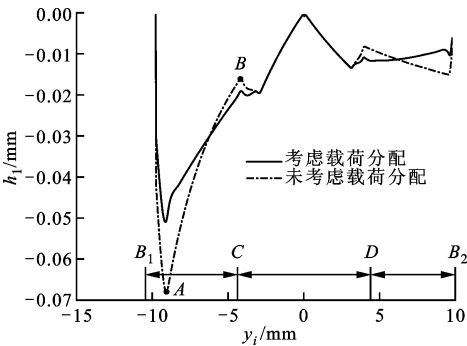


图 8 主动轮第 150 次磨损后的磨损深度

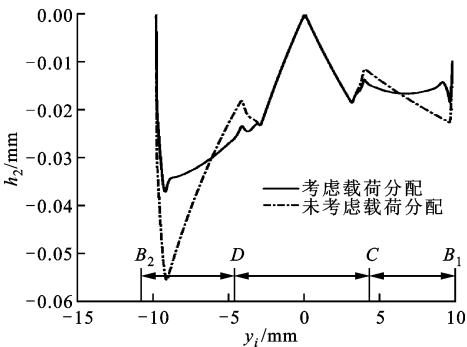


图 9 从动轮第 150 次磨损后的磨损深度

图 10 和图 11 所示为主动轮啮合位置 A 和 B 处的磨损量变化图,从中可以看出:随磨损次数的增加磨损量逐渐增大;在啮合点 A,考虑载荷分配的磨损量小于未考虑载荷分配的磨损量;在啮合点 B,考虑载荷分配的磨损量大于未考虑载荷分配的磨损量。从动轮的磨损情况存在同样的趋势。

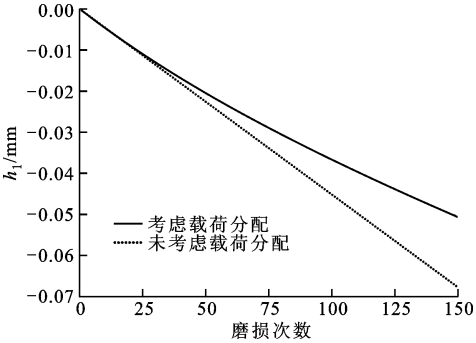


图 10 啮合点 A 的磨损量变化

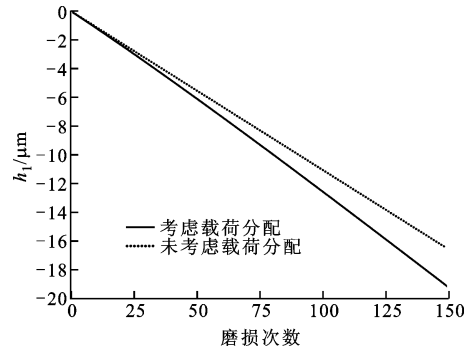


图 11 啮合点 B 的磨损量变化

由于在 2 个齿轮对的载荷分配过程中考虑了间隙和时变啮合刚度的影响,所以由图 12 和图 13 所示的载荷图可以看出:在刚进入啮合时(啮合位置 A),齿对 1 承担的载荷随磨损次数先减小后增大,而不考虑载荷分配时齿对 1 承担的载荷是恒定的,因此考虑载荷分配时的磨损量小;在单双齿转换处

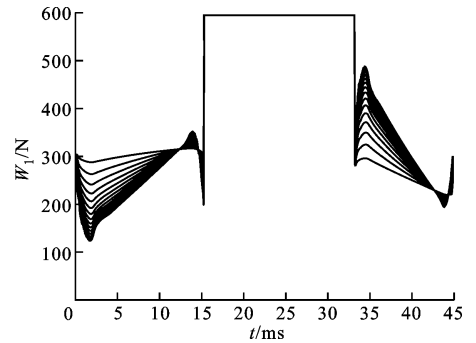


图 12 n 次磨损后齿对 1 的时变动态载荷
($n=10,20,\cdots,150$)

(啮合位置 B) 动态载荷超过了平均载荷, 因此考虑载荷分配时磨损量大; 在快要啮出时, 齿对 1 承担的载荷随磨损次数先增大后减小, 因此考虑载荷分配时的磨损量也呈现先增大后减小的趋势。

从图 12 和图 13 还可以看出, 随着磨损次数的增加, 载荷的波动幅值变大, 在单双齿转换处的突变也越来越明显。这是由于每次磨损后齿轮的间隙变大, 从而引起载荷的重新分配, 而载荷变大又会引起磨损量的增加, 因此载荷和磨损是耦合增加的。

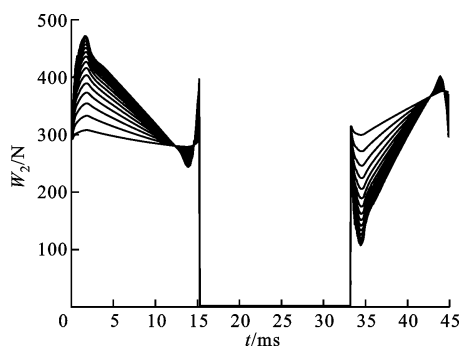


图 13 n 次磨损后齿对 2 的时变动态载荷
($n=10, 20, \dots, 150$)

4 结 论

本文考虑了磨损对齿廓表面几何形状的影响, 推导了几何侧隙下的齿间载荷分配公式, 并以此为基础, 引入 Archard 磨损模型和 Winkler 弹性力学模型, 建立了更加符合实际的低速重载齿轮的磨损量计算模型, 以期减小齿轮振动冲击提供一种途径。通过研究, 得到以下结论:

(1) 节点处的磨损最小, 齿根处的磨损大于齿顶的磨损, 主动轮(小齿轮)的磨损大于从动轮(大齿轮)的磨损;

(2) 在单双齿转换处的磨损有缓慢微幅的波动, 无突变现象;

(3) 节点到齿顶的磨损分布较均匀, 而齿根到节点的磨损变化较剧烈, 因此重点应该关注齿根附近的磨损;

(4) 随着磨损次数增加, 传递载荷波动变大, 这又会进一步加大磨损量, 因此两者是耦合增加的。

参考文献:

[1] ANDERSSON S. Partial EHD theory and initial wear of gears [D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology, 1975.

- [2] FLODIN A, ANDERSSON S. Simulation of mild wear in spur gears [J]. *Wear*, 1997, 207: 16-23.
- [3] FLODIN A. Wear of spur and helical gears [D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology, 2000.
- [4] WU S, CHENG H S. Sliding wear calculation in spur gears [J]. *Journal of Tribology*, 1993, 115: 493-500.
- [5] 王晓笋, 巫世晶, 周旭辉, 等. 含磨损故障的齿轮传动系统非线性动力学特性 [J]. *振动与冲击*, 2013, 32(16): 37-43, 69.
- WANG Xiao-sun, WU Shi-jing, ZHOU Xu-hui, et al. Nonlinear dynamics analysis of gear transmission system with wear fault [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(16): 37-43, 69.
- [6] KUANG J H, LIN A D. The effect of tooth wear on the vibration spectrum of a spur gear pair [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, 123: 311-317.
- [7] LIU X, YANG Y, ZHANG J. Investigation on coupling effects between surface wear and dynamics in a spur gear system [J]. *Tribology International*, 2016, 101: 383-394.
- [8] JOHNSON K L. Contact mechanics [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985: 104-106.
- [9] 张奎晓, 胡鹏, 张义民. 基于渐开线齿轮精确建模的啮合刚度的数值计算 [J]. *机械设计与制造*, 2013(2): 66-73.
- ZHANG Kui-xiao, HU Peng, ZHANG Yi-min. Numerical calculation of meshing stiffness based on precise modeling of involute gear [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2013(2): 66-73.
- [10] 冯松, 毛军红, 谢友柏. 齿面磨损对齿轮啮合刚度影响的计算与分析 [J]. *机械工程学报*, 2015, 51(15): 27-32.
- FENG Song, MAO Junhong, XIE Youbai. Analysis and calculation of gear mesh stiffness with tooth wear [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(15): 27-32.
- [11] 王淑仁, 闫玉涛, 丁津原. 渐开线直齿圆柱齿轮啮合磨损试验研究 [J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2004, 25(2): 146-149.
- WANG Shu-ren, YAN Yu-tao, DING Jin-yuan. Experimental study on mesh-wear of involute spur gears [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2004, 25(2): 146-149.
- [12] FLODIN A. Wear investigation of spur gear teeth [J]. *Tribotest Journal*, 2000(7): 45-60.

(编辑 葛赵青)